

# 关于逻辑程序不动点语义的讨论

刘富春

(广东工业大学 应用数学学院, 广东 广州 510090)

摘要: 主要讨论逻辑程序中的最大不动点语义. 证明了当 Herbrand 解释语义映射  $T_P$  是保滤子交的, 或者确定性程序中不含函数符号, 或者它的每一个子句都满足: 子句体的变量都在子句中出现时, 集合  $T_P \downarrow \omega$  就是语义映射  $T_P$  的最大不动点. 然后定义了另一个 Herbrand 解释语义映射  $F_P$ , 将关于逻辑程序不动点语义的一些主要结论进行了推广.

关键词: 逻辑程序设计; 不动点语义; Herbrand 解释; Herbrand 模型

中图分类号: TP311.1

文献标识码: A

文章编号: 1007-7162(2005)02-0120-05

早在 20 世纪 70 年代, Kowalski<sup>[1]</sup> 等人提出了逻辑可以作为程序设计语言的基本思想, 把逻辑和程序这两个截然不同的概念协调统一为一个概念——逻辑程序设计 (Logic Programming). 这也是早期自动定理证明和人工智能发展的自然结果. 随后, 逻辑程序设计得到了迅速发展, 特别是基于一阶谓词的逻辑程序设计语言, 将逻辑推理对应于计算, 具有丰富的表达能力、非确定性等特点, 在定理机器证明、关系数据库系统、程序验证、模块化程序设计和非单调推理等都有了广泛的应用<sup>[2~4]</sup>.

在讨论确定性程序的不动点语义和 SLD- 归结中, 文献[3] 给出了一个重要的 Herbrand 解释语义映射  $T_P: 2^{B_P} \rightarrow 2^{B_P}$ , 得到了确定性程序  $P$  的最小不动点刻画定理  $M_P = \text{lfp}(T_P) = T_P \uparrow \omega$  和  $I \vdash P \iff T_P(I) \subseteq I$  等重要结论. 同时指出, 一般情况最大不动点  $\text{gfp}(T_P) \neq T_P \downarrow \omega$ .

但是, 讨论  $T_P$  的最大不动点是很有必要的, 文献[5] 多处运用  $T_P$  的最大不动点考虑 SLD- 树. 本文主要讨论了以下两个内容: 1) 证明了当  $T_P$  是保滤子交的, 或  $P$  中不含函数符号, 或  $P$  中每个子句都满足:  $BV \subseteq HV$  时,  $T_P$  的最大不动点  $\text{gfp}(T_P) = T_P \downarrow \omega$ ; 2) 给出了另一个语义映射  $F_P: 2^{B_P} \rightarrow 2^{B_P}$ , 其中  $F_P = T_P + Id$ , 讨论了  $F_P$  的性质, 推广了文献[3] 的一些结论.

本文出现的符号和术语可见文献[3, 5, 6].

定义 1 设  $L$  是完备格,  $X$  是  $L$  的子集, 如果  $X$  的任意有限子集在  $X$  中都有上界, 则称  $X$  为定向的 (directed). 如果  $X$  的任意有限子集在  $X$  中都有下界, 则称  $X$  为滤子化的 (filtered).

定义 2 设  $L$  是完备格,  $T: L \rightarrow L$  是一个映射, 如果对  $L$  的任意定向子集  $X$ , 都有  $T(\text{lub}(X)) = \text{lub}(T(X))$ , 则称  $T$  为连续的 (contious) (或称为保定向并 (preserve directed sups)). 如果对  $L$  的任意滤子化子集  $X$ , 都有  $T(\text{glb}(X)) = \text{glb}(T(X))$ , 则称  $T$  为保滤子交的 (preserve filtered infs).

定义 3 设  $L$  是完备格,  $T: L \rightarrow L$  是一个映射, 如果对  $L$  中任意两个元素  $x, y$ , 只要  $x \leq y$ ,

收稿日期: 2004-04-06

基金项目: 广东工业大学青年基金项目 (042027)

作者简介: 刘富春 (1971), 男, 讲师, 主要研究方向为数理逻辑及其在计算机中的应用.

© 1994-2010 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.>

都有  $T(x) \leq T(y)$ , 则称  $T$  为单调的(monotonic).

定义4 设  $P$  是确定性程序, 语义映射  $T_p: 2^{B_p} \rightarrow 2^{B_p}$  是指对于一 Herbrand 解释  $I$ ,  $T_p(I) = \{A \in B_p: \text{存在 } P \text{ 的某个子句 } B \leftarrow B_1, \dots, B_n \text{ 和某代换 } \theta, \text{ 使得 } B\theta = A \text{ 且 } \{B_1\theta, \dots, B_n\theta\} \subseteq I\}$ .

不难验证,  $T_p$  是单调, 而且也是连续的.

定理1 设  $L$  是完备格, 如果  $T: L \rightarrow L$  是连续或保滤子交的, 则  $T$  也是单调的.

证明 由定义2和定义3即可得证.

定理2 设  $L$  是完备格, 如果  $T: L \rightarrow L$  是连续或保滤子交的, 则  $T \uparrow \omega \leq T \downarrow \omega$ .

证明 由定理1得,  $T$  是单调的. 再根据文献[3]中命题5.3得, 对任意序  $\alpha$ , 都有  $T \uparrow \alpha \leq \text{lfp}(T)$ ,  $T \downarrow \alpha \geq \text{gfp}(T)$ , 因此  $T \uparrow \omega \leq \text{lfp}(T) \leq \text{gfp}(T) \leq T \downarrow \omega$ .

文献[3]的定理6.5证明了  $P$  的最小不动点  $\text{lfp}(T_p) = T_p \uparrow \omega$ , 但是一般情况下, 最大不动点  $\text{gfp}(T_p) \neq T_p \downarrow \omega$ . 自然要问: 什么情况下  $\text{gfp}(T_p) = T_p \downarrow \omega$  呢? 下面我们就此问题展开讨论.

定理3 设  $P$  是确定性程序, 如果  $T_p: 2^{B_p} \rightarrow 2^{B_p}$  是保滤子交的, 则  $\text{gfp}(T_p) = T_p \downarrow \omega$ .

证明 先证明  $T_p \downarrow \omega$  是  $T_p$  的不动点.

由  $T_p$  的单调性得,  $T_p \downarrow 0 \supseteq T_p \downarrow 1 \supseteq T_p \downarrow 2 \supseteq \dots \supseteq T_p \downarrow n \supseteq \dots$ , 所以  $\{T_p \downarrow n: n \in \omega\}$  是滤子化的. 于是如果  $T_p: 2^{B_p} \rightarrow 2^{B_p}$  是保滤子交的, 则

$$\begin{aligned} T_p(T_p \downarrow \omega) &= T_p(\text{glb}\{T_p \downarrow n: n \in \omega\}) = \\ \text{glb}\{T_p(T_p \downarrow n): n \in \omega\} &= \text{glb}\{T_p \downarrow (n+1): n \in \omega\} = T_p \downarrow \omega. \end{aligned}$$

故  $T_p \downarrow \omega$  是  $T_p$  的不动点.

再根据文献[3]中命题5.3得,  $\text{gfp}(T_p) \leq T_p \downarrow \omega$ , 所以  $\text{gfp}(T_p) = T_p \downarrow \omega$ .

定理4 设  $P$  是确定性程序, 如果  $P$  中不含函数符号, 则  $T_p$  的最大不动点  $\text{gfp}(T_p) = T_p \downarrow \omega$ .

证明 分以下三步证明:

1) 先证明  $T_p \downarrow \omega$  是  $T_p$  的不动点.

因为  $P$  是确定性程序而且  $P$  中不含函数符号, 所以  $T_p \downarrow 0 = B_p$  是一个有限集. 再由  $T_p$  的单调性得,  $T_p \downarrow 0 \supseteq T_p \downarrow 1 \supseteq T_p \downarrow 2 \supseteq \dots \supseteq T_p \downarrow n \supseteq \dots$ , 于是一定存在  $m \in \omega$ , 使得  $T_p \downarrow m = T_p \downarrow (m+1)$ , 也即

$$T_p \downarrow m = T_p \downarrow (m+1) = T_p \downarrow (m+2) = \dots = T_p \downarrow k = \dots, \quad (m \leq k \in \omega).$$

从而  $T_p \downarrow \omega = \text{glb}\{T_p \downarrow n: n \in \omega\} = T_p \downarrow m$ . 故

$$T_p(T_p \downarrow \omega) = T_p(T_p \downarrow m) = T_p(m+1) = T_p(m) = T_p \downarrow \omega.$$

这说明  $T_p \downarrow \omega$  是  $T_p$  的不动点.

2) 再用归纳法证明对任一 Herbrand 解释  $I$ , 如果  $T_p(I) = I$ , 则每一个  $n \in \omega$ , 都有  $I \subseteq T_p \downarrow n$ . 当  $n=0$  时, 显然  $I \subseteq T_p \downarrow 0 = B_p$ ; 假设  $n=k$  时,  $I \subseteq T_p \downarrow k$ , 则当  $n=k+1$  时, 由归纳假设和  $T_p$  的单调性得,  $T_p(I) \subseteq T_p(T_p \downarrow k)$ , 即  $I \subseteq T_p \downarrow (k+1)$ . 所以每一个  $n \in \omega$ , 都有  $I \subseteq T_p \downarrow n$ .

3) 由2)得, 对任一 Herbrand 解释  $I$ , 如果  $T_p(I) = I$ , 则

$$I \subseteq \text{glb}\{T_p \downarrow n: n \in \omega\} = T_p \downarrow \omega,$$

这说明  $T_p \downarrow \omega$  是  $T_p$  的最大不动点.

例 设确定性程序  $P$  由以下子句组成:

$$\begin{aligned} p(a) &\leftarrow, \\ q(x, x) &\leftarrow, \\ q(x, y) &\leftarrow r(x), \end{aligned}$$

这里  $p, r$  是一元谓词,  $q$  是二元谓词. 则  $P$  的 Herbrand 域为  $U_p = \{a\}$ , Herbrand 基为  $B_p = \{p(a), q(a, a), r(a)\}$ , 由  $T_p$  的定义得

$$\begin{aligned} T_p \downarrow 0 &= B_p, & T_p \downarrow 1 &= T_p(T_p \downarrow 0) = \{p(a), q(a, a)\}, \\ T_p \downarrow 2 &= T_p(T_p \downarrow 1) = \{p(a), q(a, a)\} = T_p \downarrow 1, \\ T_p \downarrow 3 &= T_p(T_p \downarrow 2) = T_p(T_p \downarrow 1) = T_p \downarrow 2 = T_p \downarrow 1, \\ &\dots \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} T_p \downarrow 0 &\supseteq T_p \downarrow 1 = T_p \downarrow 2 = \dots = T_p \downarrow n = \dots, \\ T_p \downarrow \omega &= \text{glb}\{T_p \downarrow n : n \in \omega\} = T_p \downarrow 1 = \{p(a), q(a, a)\}. \end{aligned}$$

显然  $T_p(T_p \downarrow \omega) = T_p \downarrow \omega$ , 而且  $T_p(B_p) \neq B_p$ , 这表明  $T_p \downarrow \omega$  是  $T_p$  的最大不动点.

推论 设  $P$  是确定性程序, 如果  $P$  中不含函数符号, 则  $T_p \downarrow \omega$  是  $P$  的模型.

证明 由定理 4 得,  $T_p \downarrow \omega$  是  $T_p$  的不动点, 即  $T_p(T_p \downarrow \omega) = T_p \downarrow \omega$ . 根据文献[3]中命题 6.4,  $I \vdash P$  iff  $T_p(I) \subseteq I$ , 所以  $T_p \downarrow \omega$  是  $P$  的模型.

定理 5 设  $P$  是确定性程序, 如果  $P$  的每个子句都满足:  $BV \subseteq HV$ , 则  $T_p$  的最大不动点  $\text{gfp}(T_p) = T_p \downarrow \omega$ . 这里  $BV$  是指出现在子句体中的变量集,  $HV$  是指出现在子句头中的变量集.

证明 分以下三步证明:

1) 先证明  $T_p \downarrow \omega \subseteq T_p(T_p \downarrow \omega)$ . 即  $\text{glb}\{T_p \downarrow n : n \in \omega\} \subseteq T_p(\text{glb}\{T_p \downarrow n : n \in \omega\})$ .

对任意基原子  $A = p(t_1, \dots, t_m) \in B_p$  ( $t_1, \dots, t_m \in U_p$ ). 设  $D_p(P)$  是  $P$  中由谓词  $p$  所定义的子句集. 如果  $A \in \text{glb}\{T_p \downarrow n : n \in \omega\}$ , 则对每一个  $n \in \omega$ ,  $A \in T_p \downarrow n$ . 即

$$A \in T_p \downarrow 0 = B_p, A \in T_p \downarrow 1 = T_p(B_p),$$

从而在  $D_p(P)$  中存在某个子句  $C_1 = p(x_{11}, \dots, x_{1, k_1}) \leftarrow B_{11}, \dots, B_{1, n_1}$  和某代换  $\theta_1 = \{x_{11}/t_{11}, \dots, x_{1, k_1}/t_{1, k_1}\}$ , 使得

$$p(t_{11}, \dots, t_{1, k_1}) = A \text{ 且 } \{B_{11}\theta_1, \dots, B_{1, n_1}\theta_1\} \subseteq B_p.$$

又由  $A \in T_p \downarrow 2 = T_p(T_p \downarrow 1)$ , 所以在  $D_p(P)$  中存在某个子句  $C_2 = p(x_{21}, \dots, x_{2, k_2}) \leftarrow B_{21}, \dots, B_{2, n_2}$  和代换  $\theta_2 = \{x_{21}/t_{21}, \dots, x_{2, k_2}/t_{2, k_2}\}$ , 使得

$$p(t_{21}, \dots, t_{2, k_2}) = A \text{ 且 } \{B_{21}\theta_2, \dots, B_{2, n_2}\theta_2\} \subseteq T_p \downarrow 1.$$

以此类推,  $\dots$ , 由  $A \in T_p \downarrow m = T_p(T_p \downarrow (m-1))$  得, 在  $D_p(P)$  中存在某个子句  $C_m = p(x_{m1}, \dots, x_{m, k_m}) \leftarrow B_{m1}, \dots, B_{m, n_m}$  和代换  $\theta_m = \{x_{m1}/t_{m1}, \dots, x_{m, k_m}/t_{m, k_m}\}$ , 使得

$$p(t_{m1}, \dots, t_{m, k_m}) = A \text{ 且 } \{B_{m1}\theta_m, \dots, B_{m, n_m}\theta_m\} \subseteq T_p \downarrow (m-1). \dots$$

因为  $P$  的每一个子句都满足:  $BV \subseteq HV$ , 所以以上每一个  $B_{ij}\theta_i$  ( $i = 1, 2, \dots, m, \dots; j = 1, 2, \dots, n_m, \dots$ ) 都是基原子, 又因为无限子句集  $\{C_1, C_2, \dots, C_m, \dots\} \subseteq D_p(P)$ , 但  $D_p(P)$  中只有有限个子句, 所以一定存在某个子句 (不妨设为  $C_j$ ), 在上述过程中出现过无限次. 这里  $C_j = p(x_{j1}, \dots, x_{j, k_j}) \leftarrow B_{j1}, \dots, B_{j, n_j}$ , 相应的代换  $\theta_j = \{x_{j1}/t_{j1}, \dots, x_{j, k_j}/t_{j, k_j}\}$ , 其中  $p(t_{j1}, \dots, t_{j, k_j}) = A$  且  $\{B_{j1}\theta_j, \dots, B_{j, n_j}\theta_j\} \subseteq T_p \downarrow (j-1)$ .

下面证明对于  $m \geq j$ , 也有  $\{B_{j1}\theta_j, \dots, B_{j, n_j}\theta_j\} \subseteq T_p \downarrow m$ . 由于  $C_j = p(x_{j1}, \dots, x_{j, k_j}) \leftarrow B_{j1}, \dots, B_{j, n_j}$  在上述过程中出现过无限次, 所以在第  $j$  步之后也一定出现过该子句, 即存在  $h > j$  和代换  $\theta_h$ , 使得

$$A \in T_p \downarrow h = T_p(T_p \downarrow (h-1)) \text{ 且 } p(x_{j1}, \dots, x_{j, k_j})\theta_h = A, \{B_{j1}\theta_h, \dots, B_{j, n_j}\theta_h\} \subseteq T_p \downarrow (h-1).$$

因为  $p(x_{j1}, \dots, x_{j, k_j})\theta_j = A = p(x_{j1}, \dots, x_{j, k_j})\theta_h$ , 所以  $\theta_j = \theta_h$ , 从而

$$\{B_{j1}\theta_j, \dots, B_{j, n_j}\theta_j\} = \{B_{j1}\theta_h, \dots, B_{j, n_j}\theta_h\} \subseteq T_p \downarrow (h-1).$$

再由  $T_p$  的单调性得,  $T_p \downarrow (h-1) \subseteq T_p \downarrow j$ , 所以  $\{B_{j1}\theta_j, \dots, B_{j, n_j}\theta_j\} \subseteq T_p \downarrow j$ . 同理可得

$$\{B_{j1}\theta_j, \dots, B_{j, n_j}\theta_j\} \subseteq T_p \downarrow (j+1),$$

.....

$$\{B_{j1}\theta_j, \dots, B_{j, n_j}\theta_j\} \subseteq T_p \downarrow m, (m \geq j).$$

于是

$$\{B_{j1}\theta_j, \dots, B_{j, n_j}\theta_j\} \subseteq \text{glb}\{T_p \downarrow m : m \geq j\} = \text{glb}\{T_p \downarrow n : n \in \omega\} = T_p \downarrow \omega,$$

即  $A \in T_p(T_p \downarrow \omega)$ . 这就得到  $T_p \downarrow \omega \subseteq T_p(T_p \downarrow \omega)$ .

2) 因为对任意  $n \in \omega$ , 都有  $T_p \downarrow \omega \subseteq T_p \downarrow n$ , 由  $T_p$  的单调性得,  $T_p(T_p \downarrow \omega) \subseteq T_p \downarrow (n+1)$ , 所以

$$T_p(T_p \downarrow \omega) \subseteq \text{glb}\{T_p \downarrow (n+1) : n \in \omega\} = T_p \downarrow \omega.$$

综合 1) 和 2) 得,  $T_p \downarrow \omega = T_p(T_p \downarrow \omega)$ . 这说明  $T_p \downarrow \omega$  是  $T_p$  的不动点.

3) 再类似定理 4 证明  $T_p \downarrow \omega$  也是  $T_p$  的最大不动点,  $\text{glb}(T_p) = T_p \downarrow \omega$ .

例 设确定性程序  $P$  由以下子句组成:

$$p(f(x)) \leftarrow p(x),$$

$$q(x) \leftarrow p(a),$$

这里  $p, q$  是一元谓词,  $f$  是函数符号, 则  $P$  的 Herbrand 域为  $U_p = \{a, f^n(a) : n \geq 1\}$ , Herbrand 基为  $B_p = \{p(a), q(a), p(f^n(a)), q(f^n(a)) : n \geq 1\}$ , 由  $T_p$  的定义得

$$T_p \downarrow 0 = T_p = \{p(a), p(f^n(a)), q(a), q(f^n(a)) : n \geq 1\},$$

$$T_p \downarrow 1 = T_p(T_p \downarrow 0) = \{p(f^n(a)), q(a), q(f^n(a)) : n \geq 1\},$$

$$T_p \downarrow 2 = T_p(T_p \downarrow 1) = \{p(f^{n+1}(a)), q(a), q(f^n(a)) : n \geq 1\},$$

$$T_p \downarrow 3 = T_p(T_p \downarrow 2) = \{p(f^{n+2}(a)), q(a), q(f^n(a)) : n \geq 1\},$$

.....

$$T_p \downarrow m = T_p(T_p \downarrow (m-1)) = \{p(f^{n+m-1}(a)), q(a), q(f^n(a)) : n \geq 1\},$$

.....

所以

$$T_p \downarrow \omega = \text{glb}\{T_p \downarrow n : n \in \omega\} = \{q(a), q(f^n(a)) : n \geq 1\}.$$

显然  $T_p(T_p \downarrow \omega) = T_p \downarrow \omega$ , 而且对任意  $n \in \omega$ ,  $T_p(T_p \downarrow n) = T_p(n+1) \neq T_p \downarrow n$ , 这表明  $T_p \downarrow \omega$  是  $T_p$  的最大不动点.

定义 5 设  $P$  是确定性程序, 语义映射  $F_p: 2^{B_p} \rightarrow 2^{B_p}$  是指  $F_p = T_p + Id$ , 即对任一 Herbrand 解释  $I$ ,  $F_p(I) = T_p(I) \cup I$ .

下面可以将文献[3]中关于  $T_p$  的一些结论进行推广

定理 6 设  $P$  是确定性程序, 则  $F_p$  是单调, 而且也是连续的.

证明 对  $2^{B_p}$  的任意定向子集  $X$ ,

$$\begin{aligned} & A \in T_p(\text{lub}(X)), \\ \text{iff } & A \in T_p(\text{lub}(X)) \cup \text{lub}(X), \\ \text{iff } & A \in T_p(\text{lub}(X)) \text{ 或 } A \in \text{lub}(X), \\ \text{iff } & A \in \text{lub}(T_p(X)) \text{ 或 } A \in \text{lub}(X) \text{ (因为 } T_p \text{ 是连续的)}, \\ \text{iff } & A \in \text{lub}(T_p(X)) \cup X, \\ \text{iff } & A \in \text{lub}(F_p(X)). \end{aligned}$$

所以  $F_p$  是连续的, 当然也是单调的.

定理 7 设  $P$  是确定性程序,  $I$  是  $P$  的 Herbrand 解释, 则下列命题等价: 1)  $I$  是  $P$  的模型; 2)  $T_p(I) \subseteq I$ ; 3)  $I$  是  $F_p$  的不动点.

证明 1) 与 2) 的等价性见文献[3]命题 6.4. 下面再证明 2) 与 3) 的等价性.

如果  $T_p(I) \subseteq I$ , 则  $F_p(I) = T_p(I) \cup I = I$ , 即  $I$  是  $F_p$  的不动点. 反之, 如果  $I$  是  $F_p$  的不动点, 则  $F_p(I) = I$ , 即  $T_p(I) \cup I = I$ , 从而  $T_p(I) \subseteq I$ .

定理 8 设  $P$  是确定性程序, 则

1)  $F_p$  的最小不动点  $\text{lfp}(F_p) = T_p \uparrow \omega$ ;

2)  $F_p$  的最大不动点  $\text{gfp}(F_p) = B_p$ .

证明 1) 根据定理 6,  $F_p$  是连续的, 所以

$$\begin{aligned} F_p(T_p \uparrow \omega) &= F_p(\text{lub}\{T_p \uparrow n : n \in \omega\}) = \text{lub}\{F_p(T_p \uparrow n) : n \in \omega\} = \\ & \text{lub}\{T_p(T_p \uparrow n) : \cup(T_p \uparrow n) : n \in \omega\} = \text{lub}\{T_p \uparrow (n+1) : n \in \omega\} = T_p \uparrow \omega. \end{aligned}$$

这说明  $T_p \uparrow \omega$  是  $F_p$  的不动点, 从而  $\text{lfp}(F_p) \subseteq T_p \uparrow \omega$ .

另一方面, 由文献[3]命题 5.3 得,  $T_p \uparrow \omega = F_p \uparrow \omega \subseteq \text{lfp}(F_p)$ . 所以  $\text{lfp}(F_p) = T_p \uparrow \omega$ .

2) 因为  $F_p(B_p) = T_p(B_p) \cup B_p = B_p$ , 所以  $B_p$  是  $F_p$  的不动点, 当然  $\text{gfp}(F_p) = B_p$ .

定理 9 设  $P$  是确定性程序,  $M_p = \text{glb}\{I : I \text{ 是 } P \text{ 的 Herbrand 模型}\}$ , 则

$$M_p = \text{lfp}(F_p) = T_p \uparrow \omega.$$

证明 由定理 7 和定理 8 得

$$\begin{aligned} M_p &= \text{glb}\{I : I \text{ 是 } P \text{ 的 Herbrand 模型}\} = \text{glb}\{I : T_p(I) \subseteq I\} = \\ & \text{glb}\{I : F_p(I) = I\} = \text{lfp}(F_p) = T_p \uparrow \omega. \end{aligned}$$

参考文献:

- [1] Kowalski R A. Predicate Logic as Programming Language[A]. Proc. of IFIP Congress[C]. Holland: North Holland Publishing Company, 1974. 596-574.
- [2] Kowalski R A. The Relation Between Logic Programming and Logic Specification[A]. Hoare C and Shepherdson J. Mathematical Logic and Programming Languages[C]. Prentice Hall: Englewood Cl, 1985. 11-27.
- [3] Lloyd J W. Foundations of Logic Programming, 2nd ed[M]. Berlin: Springer Verlag, 1987. 1-203.
- [4] 王鼎兴, 温冬婵, 高耀清, 等. 逻辑程序设计语言及其实现技术[M]. 北京: 清华大学出版社; 广西: 广西科学技术出版社, 1996.

(下转第 129 页)

# Study on the Computing of Gini Coefficient and Its Applications

LI Cong rui

(Department of Mathematics, Zhanjiang Institute of Education, Zhanjiang 524037, China)

**Abstract:** Aiming at the enlargement of the difference of income distribution among people, this paper is contributed to study and discuss Gini coefficient, which is one of the most efficient indexes and methods to measure income inequality. The paper systematically introduces Gini's familiar algorithm, and applies it to the measurement of the income inequality among city dwellers and to the measurement between cities and countries. Finally the data results are analyzed.

**Key words:** Income inequality; Gini coefficient; Difference between cities and countries

(上接第 124 页)

- [ 5] Krzysztof R, Emden M, Contributions to the theory of logic programming[ J] . Journal of the Association for Computing Machinery, 1982, 29(3): 841-862.
- [ 6] Ying M S(应明生), Liu F C(刘富春). Three valued and four valued approach to logic programming with negation[ J]. Chinese Journal of advanced Software Research, 1999, 6( 1): 71-83.

# Discussion about Fixed Point Semantics in Logic Programming

LIU Fu chun

(Faculty of Applied Mathematics, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510090 China)

**Abstract:** The great fixed point in logic programming is discussed. If the mapping of Herbrand interpretations  $T_p$  preserves filtered infs, or there are no function symbols in a definite program, or each variable in the body of the clause also appears in the head for each clause in the definite program, the set  $T_p \downarrow \omega$  is the great fixed point of the mapping  $T_p$ . By Defined another mapping of Herbrand interpretations  $F_p$ , some Lloyd J W's results on the fixed points are generalized.

**Key words:** logic programming; fixed points; Herbrand interpretation; Herbrand model